

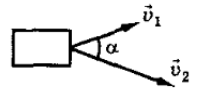
Семинар, 15.10.2016

Равноускоренное движение. Переход из одной системы отсчёта в другую. Кинематическая связь.

1. Разбор сложной задачи из прошлого домашнего задания.

Задача.

Тяжёлый ящик перемещают с помощью двух тракторов, движущихся со скоростями \vec{v}_1 и \vec{v}_2 , образующими угол α . Как направлена и чему равна скорость ящика в тот момент, когда канаты натянуты и параллельны векторам \vec{v}_1 и \vec{v}_2 ?



Решение.

Сразу скажем, что основной интерес в этой задаче – понять, что происходит. В физике это называется *построить модель*.

Итак, прежде всего заметим, что нам предлагают некий «мгновенный снимок»: ситуацию, когда траектории тракторов являются продолжением канатов (т.е. скорости направлены в данный момент точно вдоль натянутых канатов). Естественно, это именно один момент. В следующий момент угол α изменится, трактора сохранят своё движение, и всё будет уже не так.

Что это значит? Это значит, что именно в этот момент времени канаты перемещаются точно вдоль самих себя с известными скоростями \vec{v}_1 и \vec{v}_2 .

Возьмём очень малый промежуток времени Δt и посмотрим, что за это время произойдёт. Сначала будем следить только за канатами, как будто они не прикреплены к ящику. 1

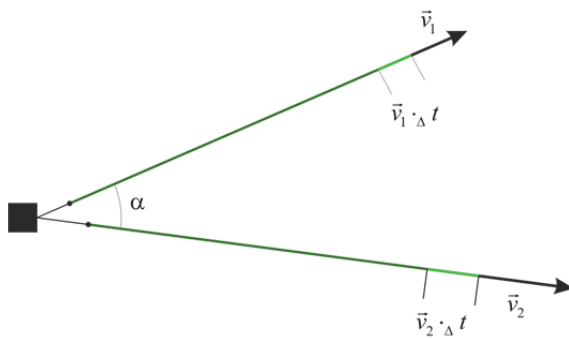


Рис. 1

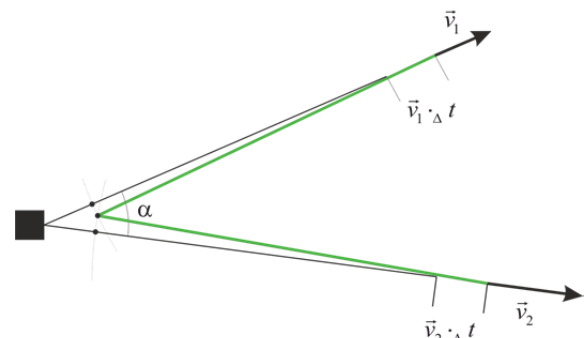


Рис. 2

В этом случае они сдвинутся так, как показано на рис. 1 (зелёные линии).

Конечно, так быть не может, т.к. канаты прикреплены к ящику. Но никто не мешает им повернуться на небольшой угол, как показано на рис. 2. В этом случае точка пересечения канатов и будет той точкой, куда передвинется ящик за время Δt .

Учтём теперь, что время Δt очень мало. Это значит, что отрезки $v_{1,2} \cdot \Delta t$ много меньше по длине, чем длина каната. Если мы посмотрим «с микроскопом» на увеличенное изображение участка сдвига канатов (рис. 3), то мы можем заметить, что кусочки окружностей AO' и $O'B$, на пересечении которых была построена точка нового положения ящика O' , практически не отличаются от перпендикуляров, опущенных из точки O' на соответствующие канаты, в точки A и B .

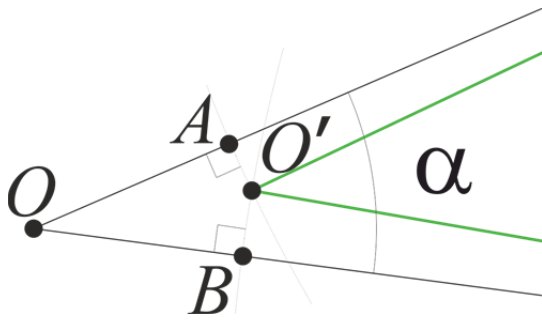


Рис. 3

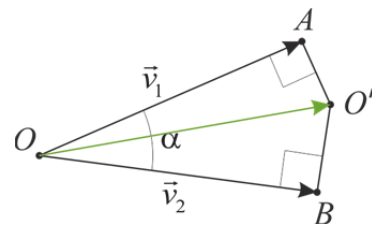


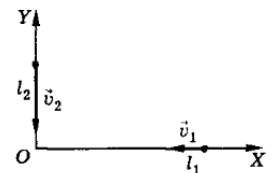
Рис. 4

В итоге мы получаем способ найти вектор движения ящика. Надо найти такой вектор, проекциями которого на канаты были бы векторы \vec{v}_1 и \vec{v}_2 . То есть надо от места крепления канатов на ящике (точка O) отложить вдоль канатов векторы \vec{v}_1 и \vec{v}_2 , затем построить перпендикуляры от их концов. Точкой пересечения перпендикуляров и будет конец вектора $\overrightarrow{OO'}$, который является вектором скорости ящика.

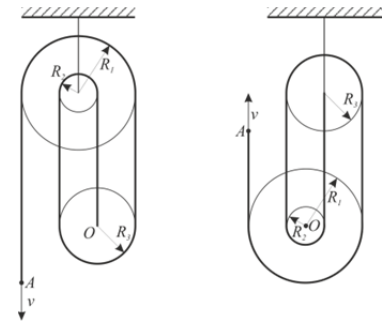
Математическое решение полученной задачи довольно сложно, поэтому мы его оставим на старшие классы.

2. Задачи.

1. Две точки движутся по осям X и Y . В момент времени $t_0 = 0$ точка 1 находилась на расстоянии $l_1 = 10 \text{ см}$, а точка 2 на расстоянии $l_2 = 5 \text{ см}$ от начала координат. Первая точка движется со скоростью $v_1 = 2 \text{ см/с}$, а вторая – со скоростью $v_2 = 4 \text{ см/с}$. Встретятся ли они? Если нет, то какое наименьшее расстояние будет между точками?



2. На рисунках изображены системы блоков. Один из блоков – двойной, то есть на одной оси вращаются два жёстко спаянных блока разных радиусов. Найти скорость точки O , если известно, что конец нерастяжимой нити, переброшенной через блоки, тянут с постоянной скоростью v .



3. Тело брошено под углом к горизонту так, что его радиус-вектор изменяется по закону $\vec{r} = (5 + 3t)\vec{i} + (5 + 2t - 5t^2)\vec{j}$. Ось X направлена вдоль поверхности земли, ось Y – перпендикулярно поверхности. Под каким углом к горизонту брошено тело?

4. Нить, намотанную на ось катушки, тянут со скоростью v под углом α к горизонту. Катушка катится по горизонтальной плоскости без проскальзывания (см. рис.) Найти скорость оси и угловую скорость вращения катушки. Угол α при движении не меняется, радиусы катушек R и r заданы. Подсказка. Заметим, что если центр катушки движется со скоростью u , то точка касания нити и катушки движется с той же скоростью. Далее рассмотрим скорости точек нити в проекции на нить. Конец нити движется со скоростью v . Начало нити движется со скоростью $-u \cos \alpha$ (если мы считаем, что катушка катится влево). При этом сумма этих скоростей равна скорости удлинения нити.

